

La risoluzione di problemi è una delle principali competenze del nostro sistema cognitivo.

- E' un campo sul quale si concentra l'attenzione di numerose ricerche sollecitate dal notevole insuccesso scolastico in cui incorrono **non solo bambini con difficoltà** ma **anche bambini con capacità considerate nella norma.**
- E' un'abilità caratteristica di un vero e proprio stile cognitivo che implica un atteggiamento strategico capace di modificare la situazione in vista dell'obiettivo finale (la ricerca della soluzione).
- L'attenzione è posta a svelare le strategie di ordine cognitivo impiegate in questo compito per sviluppare di conseguenza adeguati metodi di insegnamento

I problemi: Elemento centrale della matematica

Esiste in letteratura una differenza tra

- **Esercizio** ovvero problemi definiti **routinari**: quando la risoluzione prevede che si debbano utilizzare regole e procedure già apprese.
- **Problema**: quando una o più regole o una o più procedure non sono ancora bagaglio cognitivo del risolutore.
- **Situazione problema**: concepita in modo tale che gli allievi non possano risolvere la questione per semplice ripetizione o applicazione di conoscenze o competenze acquisite ma tale che necessiti la formulazione di nuove ipotesi, una “illuminazione”, una revisione originaria e creativa degli elementi coinvolti. Vari studiosi pongono l’accento su una didattica che alleni le intuizioni spontanee e non si limiti a esercitare ripetizioni meccaniche di soluzioni già apprese.

2. QUALI SONO LE COMPONENTI METACOGNITIVE COINVOLTE NELLA SOLUZIONE DEI PROBLEMI MATEMATICI?

Nelle ricerche relative alla metacognizione si individuano due componenti importanti

1. Consapevolezza metacognitiva (l'insieme delle conoscenze che un individuo possiede riguardo al funzionamento della propria mente)
2. Controllo (insieme dei processi autoregolatori che presiedono l'esecuzione cognitiva del compito stesso)

Gli abili solutori di problemi evidenziano capacità di controllo strategico attraverso processi di :

1. Previsione (valutazione della prestazione attraverso l'analisi delle difficoltà del compito e della corretta applicazione strategica)
2. Pianificazione (organizza le azioni che conducono all'obiettivo)
3. Monitoraggio (controllo step by step del processo)
4. Valutazione (valutazione globale processo e delle strategie attivate)

- E' necessario un sistema mentale superordinato capace di controllare prima, durante, e dopo.
- In letteratura specializzata è stato posto un forte accento sui processi di tipo **metacognitivo** che permettono ai soggetti di **dialogare tacitamente con se stessi**, accompagnando, guidando e controllando in modo consapevole l'esecuzione del compito risolutivo.
- (“comprendo il problema? L'ho impostato correttamente? Sto eseguendo i passi giusti?”)

3 QUALI SONO I PROCESSI NEUROPSICOLOGICI COINVOLTI NELLA SOLUZIONE DEI PROBLEMI MATEMATICI?

Nell'approccio di tipo neuropsicologico è stato approfondito un filone sulle funzioni della memoria di lavoro.

La memoria di lavoro è articolata in

- **sistema esecutivo centrale,**
- **loop articolatorio**
- **taccuino visuo-spaziale**

I recenti studi confermano che non abili solutori di problemi evidenziano un ricordo più elevato delle informazioni irrilevanti rispetto alle rilevanti.

Non abili solutori mantengono attive in memoria informazioni che inizialmente è necessario elaborare ma che poi devono essere inibite.

La capacità di aggiornamento delle informazioni (updating) è fondamentale nel problem solving.

- Da sottolineare che nella letteratura si evince che la complessità o la difficoltà intrinseca dell'algoritmo non sia la causa effettiva della difficoltà di un problema ma che lo sia la sua confezione discorsiva e le caratteristiche del messaggio verbale che trasmette

Il ruolo delle convinzioni e delle false credenze

Nelle abilità di soluzione dei problemi oltre alle abilità cognitive e metacognitive gioca un ruolo importante il sistema di convinzioni che il soggetto ha rispetto alla matematica.

Già dal terzo anno della primaria si osservano false credenze (false belief) :

- La soluzione dei problemi è determinata dalla grandezza e dalla quantità dei dati presenti
- Tutti i problemi possono essere risolti
- L'operazione da eseguire è determinata dalle parole chiave di un problema, di solito presenti nell'ultima frase (non è necessario leggere tutto il problema)
- Il controllo di quanto si è svolto dipende dalla disponibilità di tempo
- C'è un solo modo giusto per risolvere un problema

I ragazzi elaborano una “epistemologia non matematica”

- La matematica formale non rispecchia la matematica naturale né l’effettiva abilità della mente nella soluzione dei problemi
- I problemi matematici si devono risolvere in poco tempo (10 minuti)
- Soltanto le persone “geniali” possiedono un pensiero matematico
- Gli altri devono ripetere procedure anche senza averle comprese

- **CONTRATTO DIDATTICO** (Brousseau, 1978) è trattato in molti studi da Fishben. E' un concetto nato per studiare le cause del fallimento elettivo in matematica ed è costituito dall'insieme dei comportamenti dell'insegnante che sono attesi dall'allievo e insieme dei comportamenti dell'allievo che sono attesi dall'insegnante (attese implicite). E' quindi caratterizzato da tutte le regole, il più delle volte non esplicite, che organizzano le relazioni tra il contenuto, gli alunni, l'insegnante e le attese della classe.
- **Es. del Pastore:** Un pastore ha 12 pecore e 6 capre.. quanti anni ha?
- I bambini che sono abituati ad affrontare solo problemi che si possono risolvere pensano che questo problema abbia una soluzione e per raggiungerla usano i numeri presenti (altra convinzione è che tutti i numeri di un problema debbano essere usati una volta)..qualcuno dice 18 anni!!!!

Ne segue che il **contratto didattico (D'Amore, 1999)** relativo alla matematica comprende “regole” quali:

- - durante le lezioni di matematica servono quaderno (a quadretti), biro, matita, righello, **si sta seduti al proprio banco, si scrive, si ascoltano le parole della maestra e si copia dalla lavagna**
- - se non capisci subito, **non capirai più**
- - **non tutti sono portati per la matematica (determinismo)**
- - non si deve pensare al “mondo fuori dalla scuola”, perché **la matematica scolastica ha un proprio mondo**
- - per rispondere in modo esatto si devono **ripetere esattamente le parole (i passaggi, i simboli) usate dalla maestra o dal libro, esattamente nello stesso ordine**

SPM : test delle abilità di soluzione dei problemi matematici

di D. Lucangeli, P. Tressoldi,
M. Cendron

SPM è composto da una serie di 4 problemi per ciascuna classe (3 solo per la terza elementare) dalla terza elementare alla terza media.

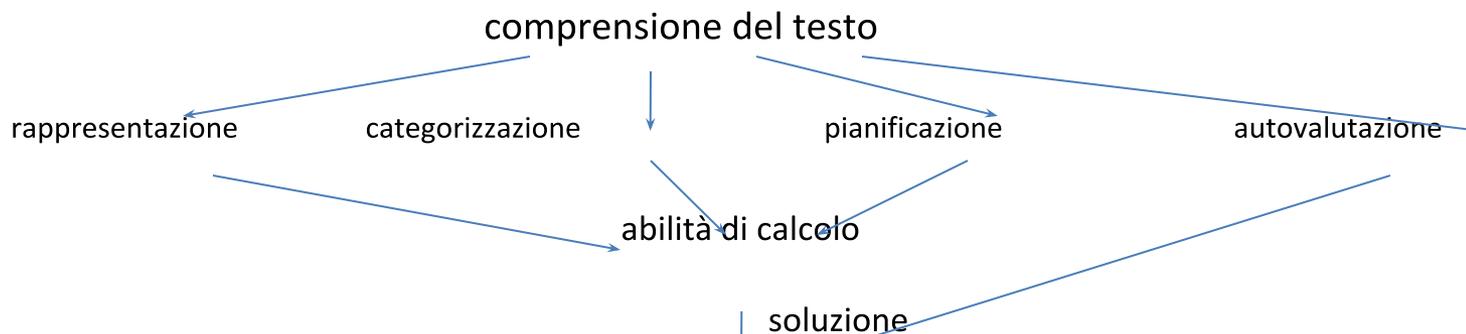
Dalla somministrazione della batteria di problemi, risulta possibile **ricavare il profilo individuale delle componenti cognitive responsabili dell'abilità di soluzione dei problemi.**

Ogni problema è **scomposto** cioè si valutano le 6 componenti cognitive responsabili dell'abilità stessa di soluzione .

Tali **componenti** sono:

- Comprensione del testo del problema
- Rappresentazione del problema
- Classificazione dello schema del problema, **categorizzazione** (schema profondo del problema)
- Pianificazione delle procedure
- Soluzione
- Monitoraggio e autovalutazione

Il **modello** adottato per la costruzione del test **spm** comprende 5 distinte abilità cognitive/meta cognitive:



- Il modello pone la **Comprensione** della situazione problema attraverso l'identificazione e l'integrazione delle informazioni verbali/aritmetiche, in particolare dei **termini** che esprimono relazioni quantitative tra le informazioni presentate come sovraordinata rispetto alle altre
- **Rappresentazione** dello schema permette di integrare in formato visivo di tipo figurale o schematico le informazioni quantitative e le loro relazioni come sono state estratte dalla comprensione del testo
- **Classificazione della struttura** del problema che corrisponde alla **categorizzazione**, permette di riconoscere la **struttura profonda del problema sottostante agli aspetti superficiali**
- **Pianificazione** delle procedure e delle operazioni, a questo punto si utilizzano le competenze del calcolo per risolvere in termini matematici le idee definite dalle competenze precedenti
- **Monitoraggio e valutazione** che fa riferimento al giudizio su come sia stato svolto il problema, ma anche al giudizio generale sulle proprie abilità di soluzione (senso di autoefficacia) in questo ambito scolastico

Struttura della batteria

- Va somministrata in uscita per la rispettiva classe di appartenenza (entro maggio) o in entrata alla classe successiva (entro ottobre).
- Ogni problema è scomposto nelle 5 componenti che si sono dimostrate in grado di spiegare la maggior parte della varianza totale relativa all'abilità di risoluzione dei problemi:
 1. comprensione
 2. rappresentazione
 3. categorizzazione
 4. pianificazione
 5. valutazione

Il soggetto deve scegliere la risposta corretta tra 4 alternative,

- una risposta **irrilevante**
- una risposta **errata**
- una risposta **parziale**
- una risposta **corretta**

E il soggetto deve seguire le seguenti sequenze

- leggere attentamente il problema
- non eseguire alcun tipo di operazione legato alla soluzione del problema sino a quando non avrà svolto i passaggi preliminari
- segnare la risposta corretta per ciascuna delle componenti cognitive e meta cognitive
- risolvere il problema
- auto valutare la corretta esecuzione della procedura

PROBLEMA 3.1

La scuola di Giacomo e Antonio ha organizzato una gita scolastica. Ad essa partecipano tutti gli alunni della scuola; vi sono in tutto 12 classi e in ognuna ci sono 23 ragazzi. Alla gita, accanto agli alunni, partecipano anche 27 insegnanti, 7 mamme e 7 papà. Quante persone partecipano alla gita?

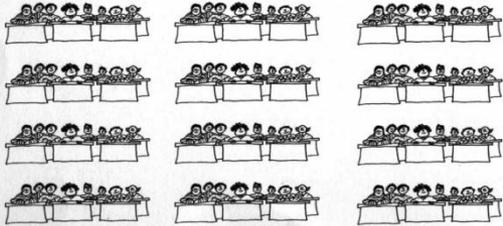
COMPRESIONE

Scegli la frase con le informazioni più importanti per la soluzione del problema:

- In ognuna delle 12 classi ci sono 23 alunni.
- In ogni classe ci sono 12 alunni.
- Ci sono 12 classi.
- La scuola di Giacomo e Antonio organizza una gita.

RAPPRESENTAZIONE

Scegli, tra le vignette, quale rappresenta esattamente il problema.



genitori

PROBLEMA 3.1



gita

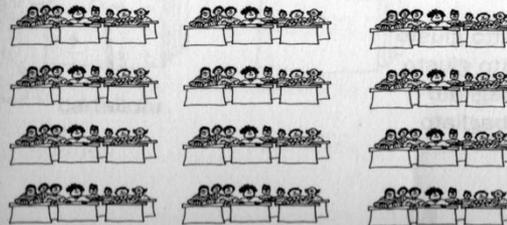
insegnanti



genitori



insegnanti



genitori



PROBLEMA 3.1

CATEGORIZZAZIONE

Quale dei seguenti problemi risolveresti come quello che stai eseguendo ora?

- Gli alunni di 7 classi vanno a scuola accompagnati dai loro genitori. Gli alunni di 4 classi invece vanno a scuola da soli. Quanti sono in tutto gli alunni?
- Mario ha acquistato 14 sacchetti di palline. Ogni sacchetto contiene 7 palline. Giocando con gli amici vince 4 palline da Toni, 5 da Giuseppe e altre 3 da Giorgio. Quante palline ha in tutto Mario?
- Lucia ha 5 sacchetti con 8 figurine ciascuno. Con loro giocano anche Giacomo e Antonio. Quante figurine ha Lucia?
- Giacomo ha 6 sacchetti con 7 figurine ciascuno. Regala a Paola 8 figurine. Quante figurine ha ora Giacomo?

PIANO DI SOLUZIONE

Prova a dire come risolveresti il problema, mettendo in ordine la sequenza, numerando le fasi dall'1 al 3:

- ___ Trovo il numero degli insegnanti e dei genitori.
- ___ Trovo quante persone vanno in gita.
- ___ Trovo il numero degli alunni.

SVOLGIMENTO

Esegui il problema.

AUTOVALUTAZIONE

Indica quanto sei sicuro di aver eseguito correttamente la procedura di soluzione:

- Sono certo di aver fatto giusto
- Probabilmente ho fatto giusto
- Probabilmente ho sbagliato
- Sono certo di aver sbagliato

Modalità di somministrazione

- Può essere sia **individuale** che **collettiva**.
- **Evitare** di somministrare ad uno **scolaro stanco** o ad una classe al **termine della mattina o della giornata**.
- Leggere bene le consegne e mostrare il protocollo di esempio.
- Non è una prova a tempo, si è evidenziato che **1 ora è sufficiente**
- mai più di 1 ora e mezzo.

MODALITA' DI ATTRIBUZIONE DEL PUNTEGGIO

- Ci sono **griglie di correzione** predisposte dalle quali si può desumere se le risposte fornite sulle componenti di **comprensione, rappresentazione, categorizzazione, piano di soluzione** sono corrette (4 punti) parziali (3 punti) errate (2 punti) o irrilevanti (1 punto)
- un **protocollo di valutazione** per ciascuna delle componenti valutate. Viene riportato sulle griglie anche lo svolgimento corretto del problema per calcolare il punteggio nella componente **svolgimento**.

La scelta delle risposte nelle diverse componenti, escluse la pianificazione e la valutazione è la seguente:

- **Componenti cognitive**
 - 1 punto per la scelta della risposta irrilevante
 - 2 punti per la risposta errata
 - 3 punti per la parzialmente corretta
 - 4 punti per la risposta esatta
-
- **Svolgimento problemi**
 - 1 soluzione errata o problema non risolto
 - 2 soluzione parzialmente corretta
 - 3 procedura corretta con errore di calcolo
 - 4 corretta

Pianificazione della soluzione

- Il punteggio è dato dal numero di fasi correttamente ordinate (va da 0 a al numero massimo che può essere 3 o 4 o 5 a seconda del problema).
- Il punteggio va attribuito a partire dal primo passaggio, fallito il quale non si prosegue nella valutazione.

AUTOVALUTAZIONE

Viene assegnato un punteggio tenendo conto della concordanza tra punteggio ottenuto nella soluzione e valutazione della correttezza nella procedura come in tabella

Punteggio svolgimento	Item valutazione	Punteggio autovalutazione
1	Sicuro di aver sbagliato	3
2	Sicuro di aver sbagliato	3
3	Sicuro di aver fatto giusto	3
4	Sicuro di aver fatto giusto	3
1	Incerto giusto/sbagliato	2
2	Incerto giusto/sbagliato	2
3	Incerto giusto/sbagliato	2
4	Incerto giusto/sbagliato	2
1	Sicuro di aver fatto giusto	1
2	Sicuro di aver fatto giusto	1
3	Sicuro di aver sbagliato	1
4	Sicuro di aver sbagliato	1

Utilizzo dei dati normativi

Per ciascun soggetto si sommano i punteggi ottenuti nello svolgimento dei diversi problemi e se il punteggio totale supera il valore del 10° percentile, la prestazione si può considerare sufficiente. Se, al contrario, la prestazione del soggetto ricade sotto il 10° percentile si vanno ad indagare le 5 componenti e come per lo svolgimento si sommano i punteggi ottenuti e si valuta se il totale supera il 10° percentile. Quelle che non lo superano richiedono un training di recupero.

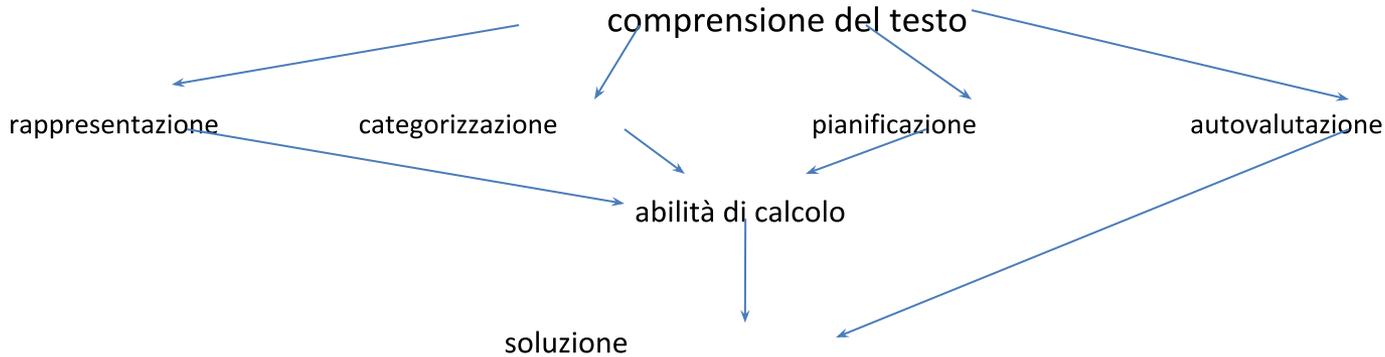
Materiali di lavoro

- Cornoldi e altri 1995 **Matematica e metacognizione**
- Lucangeli e altri 2009 **Risolvere problemi in 6 mosse**

POTENZIAMENTO DEL PROBLEM SOLVING MATEMATICO, secondo ciclo prim.

RISOLVERE PROBLEMI IN 6 MOSSE “ DI Lucangeli, De Candia e Cibinel

Il modello adottato per la costruzione del testo comprende le 5 distinte abilità cognitive/meta cognitive:



- Il modello pone la **Comprensione** della situazione problema attraverso l'identificazione e l'integrazione delle informazioni verbali/aritmetiche, in particolare dei **termini** che esprimono relazioni quantitative tra le informazioni presentate come sovraordinata rispetto alle altre
- **Rappresentazione** dello schema permette di integrare in formato visivo di tipo figurale o schematico le informazioni quantitative e le loro relazioni come sono state estratte dalla comprensione del testo
- **Classificazione della struttura** del problema che corrisponde alla **categorizzazione**, permette di riconoscere la **struttura profonda del problema sottostante agli aspetti superficiali**
- **Pianificazione** delle procedure e delle operazioni, a questo punto si utilizzano le competenze del calcolo per risolvere in termini matematici le idee definite dalle competenze precedenti
- **Monitoraggio e valutazione** che fa riferimento al giudizio su come sia stato svolto il problema, ma anche al giudizio generale sulle proprie abilità di soluzione (senso di autoefficacia) in questo ambito scolastico

Il programma si articola in due fasi:

- Individuazione con test SPM delle difficoltà e dei profili specifici
- Intervento di potenziamento strutturato suddiviso in due parti

Prima parte da proporre alla classe o all'alunno

- Esercitazione di tutte le componenti coinvolte in modo da guidare il bambino all'interno dei meccanismi che sono stati individuati dalla ricerca come discriminanti tra i buoni e i cattivi solutori. I problemi sono strutturati con un ordine variabile nella presentazione delle componenti, il bimbo viene guidato a partire da diversi punti del flusso per creare un allenamento che permetta di sperimentare il rapporto di interdipendenza dinamica tra le componenti.

Seconda parte

- Proposte attività di approfondimento nelle diversi componenti, ogni componente è articolata in **passi (sottocapitoli)**, qui l'insegnante sceglie di proporre attività nelle aree che risultano carenti. Gli esercizi sono proposti in due diverse modalità:
- Attività individuale
- Attività in piccolo gruppo utilizzando le modalità tipiche dell'apprendimento cooperative